RECOMENDACIONES POST ONE CENSAL 2010, CON RECURSOS TIC
MATEMÁTICA

MATEMÁTICA.
ECUACIONES E INECUACIONES LINEALES CON UNA VARIABLE

I. PUNTO DE PARTIDA

El pasaje de la Escuela Primaria a la Escuela Secundaria genera importantes continuidades y rupturas respecto de los conocimientos de los alumnos. Por una parte, implica la profundización de nociones estudiadas anteriormente. Por otra, el abordaje de nuevos campos disciplinares y nuevas nociones. El Álgebra, cuyo tratamiento se inicia en los primeros años de escolaridad, es uno de tales campos y la noción de ecuación constituye una de sus nociones características.

Nos referiremos en esta oportunidad a las ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una variable, aprendizajes que deberían completarse en los primeros años de este nivel. La enseñanza de este tema supone, como se prioriza en los NAP, proponer situaciones orientadas a:

- transformar expresiones algebraicas obteniendo expresiones equivalentes que permitan reconocer relaciones no identificadas fácilmente en la expresión original, usando diferentes propiedades al resolver ecuaciones del tipo
  $a x + b = c x + d$”.
- usar ecuaciones lineales con una variable como una expresión sobre un conjunto de números y analizar su conjunto solución (solución única, infinitas soluciones, sin solución)
- argumentar sobre la equivalencia o no de ecuaciones de primer grado con una variable”

Partiendo de los mencionados aprendizajes, y en el marco del enfoque de enseñanza que sustentan los NAP, deberá profundizarse el estudio de este tema en los años posteriores, de modo tal que un egresado de este nivel educativo haya transitado por propuestas de enseñanza que contemplen las cuestiones que se describen a continuación.

II. PREGUNTAS PARA RETOMAR EL TRABAJO

Existe una multiplicidad de razones por las cuales los aprendizajes pueden no ser los esperados. Algunas de ellas escapan al ámbito escolar estricto y si bien los docentes acompañan a sus alumnos en un sentido amplio de compromiso con su formación y crecimiento personal, a veces sus intervenciones pueden ser insuficientes para resolver algunas cuestiones o resultar limitadas frente a la severidad de los problemas que afronta.

En esta oportunidad, se focalizará la atención en el trabajo pedagógico que es posible realizar para que los estudiantes mejoren y enriquezcan sus conocimientos sobre los temas que les han resultado más difíciles de comprender.
Las preguntas que formulamos a continuación pueden orientar una revisión de la enseñanza anterior y contribuir a la programación de nuevas propuestas de enseñanza que permitan superar las dificultades detectadas.

¿Se propusieron problemas en los que las nociones a aprender constituían una herramienta necesaria para su resolución, es decir, problemas que otorgaran sentido a la utilización de dichas nociones?
¿Se generaron instancia de reflexión acerca de los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos?
¿Se promovieron las discusiones entre pares a fin de confrontar diferentes resoluciones?
¿Las intervenciones docentes apuntaron a vincular las producciones de los alumnos con las nociones que se están aprendiendo?
¿Se generó un trabajo reflexivo respecto de las nociones en estudio en cuanto objetos matemáticos?

¿Se gestionaron avances en las explicaciones y argumentaciones de los alumnos, hacia las formas propias de validación de esta disciplina?
¿Se incluyeron instancias tendientes a la consolidación y al estudio de las nociones abordadas?
¿Qué recursos facilitadores del aprendizaje se utilizaron? ¿Qué otros pueden utilizarse?

En la búsqueda de alternativas superadoras, también es necesario formularse preguntas puntuales, como las siguientes:

¿Se propusieron problemas que promovían la elaboración de fórmulas de ecuaciones e inecuaciones lineales con una variable para modelizar diferentes situaciones?
¿Se favorecieron espacios de reflexión acerca de las características de las soluciones de las ecuaciones de primer grado con una variable? ¿Y de las características de las soluciones de las inecuaciones lineales?
¿Se propició un trabajo sobre ecuaciones equivalentes a partir de las propiedades de las operaciones aritméticas?
¿Se propusieron situaciones que promovían la articulación entre las resoluciones gráficas y analíticas de las inecuaciones lineales con una variable?
¿Se gestionó un trabajo con soft adecuados para estudiar las soluciones de las inecuaciones lineales con una variable?

III. EN LA BÚSQUEDA DE ALTERNATIVAS: NUEVOS RECURSOS PARA VIEJOS PROBLEMAS

En diferentes sitios web podemos encontrar recursos que enriquecen el trabajo de los alumnos respecto de las ecuaciones y de las inecuaciones lineales con una variable. A continuación presentamos algunas páginas que contienen propuestas que pueden resultar de interés, advirtiendo que el orden en que se enumeran no obedece a una propuesta de trabajo secuenciada.

Resolución de ecuaciones
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5550

La propuesta para los docentes que se incluye a continuación incluye un trabajo reflexivo sobre estas ecuaciones y sus soluciones que resulta adecuada para trabajar con alumnos que están profundizando este tema, tanto en el aula como en forma domiciliaria.

Resolución de inecuaciones
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5159

Se trata de una propuesta para el docente cuya primera parte apunta a desarrollar un trabajo sobre problemas que pueden ser modelizados con inecuaciones lineales con una variable y también sobre la resolución de inecuaciones de este tipo. Si bien se sugiere realizar el control valiéndose de calculadora científica, el disponer de computadores en el aula permite potenciar la tarea valiéndose de un soft adecuado, articulando las resoluciones analítica y gráficas. La actividad de cierre permite abordar los límites de las inecuaciones de primer grado con una variable dado que es necesario acudir a inecuaciones lineales con dos variables para su resolución. Se sugiere ser presentada en clase, a fin de poder promover discusiones en torno a la resolución, y especialmente a esta última actividad.

Entre las páginas destinadas a actividades para los alumnos para profundizar el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una variable, las siguientes se refieren a juegos individuales para realizar con computadora, que resultan adecuados para un trabajo individual domiciliario.

Del lenguaje coloquial al leguaje simbólico
http://juegos.educ.ar/matematica/170-del-lenguaje-coloquial-al-lenguaje-simbolico.html

Este juego involucra la vinculación de expresiones algebraicas expresadas en forma coloquial y en forma simbólica, necesario para el trabajo con ecuaciones e inecuaciones.

Ecuaciones
http://juegos.educ.ar/matematica/172-ecuaciones.html

Este juego apunta a la resolución de ecuaciones y a la simbolización en forma coloquial y en forma simbólica.

IV. NOTAS SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE ESTE TEMA

Si bien los contenidos algebraicos han ocupado y ocupan un lugar central en las propuestas de enseñanza de la Escuela Secundaria, tanto la experiencia de los docentes como numerosos estudios en Didáctica de la Matemática dan cuenta que las propuestas de enseñanza impartidas no siempre lograron que los alumnos puedan otorgar sentido a dichos contenidos ni desempeñarse adecuadamente con los mismos.

En los inicios de la Escuela Secundaria, y aún en el último año de la escuela primaria es frecuente iniciar la enseñanza del Álgebra a partir de las ecuaciones de primer grado con una variable. Pero muchos de los problemas que usualmente se proponen admiten resoluciones aritméticas muy simples, lo que hace que los alumnos no perciban la necesidad de escribir la ecuación y luego resolverla (por ejemplo, si se propone *"La suma de tres números consecutivos es 123. ¿Cuáles son esos números?", l*a mayoría de los alumnos suele resolver el problema mediante procedimientos de ensayo y error (tanteo), o partiendo de considerar que 3 x 40 =120, y luego determinar que los números son 40; 41 y 42). Notemos que si los problemas pueden resolverse aritméticamente los alumnos privilegiarán este tipo de resolución por su familiaridad con este dominio y entonces se pierde el valor útil del Algebra, que se impondrá como algo propuesto por el docente pero no por necesidad (Barallobres, G. 2000).

Otra de las dificultades derivadas del modo en que usualmente se enseña este tema proviene de insistir en "conservar la igualdad", en lugar de destacar que "se mantiene la igualdad para los mismos valores de la incógnita". Es menester tener en cuenta que esa presentación habitual alimenta la idea de que la ecuación representa una igualdad entre números, lo que deja afuera a las ecuaciones sin solución.

También es necesario considerar que cuando la enseñanza se centra en la propiedad uniforme o en pasaje de términos se oculta algo importante: las transformaciones que se pueden hacer son las que conservan el conjunto solución[1](por ejemplo, si se propone la ecuación "$x - 4 = 0$" y se multiplica por x ambos miembros se obtiene "$x^2 - 4x = 0$", transformando así de primer grado con solución 4 en una ecuación de segundo grado con dos soluciones: 0 y 4).

En función de las reflexiones realizadas resaltamos la necesidad de plantear problemas que necesariamente deban ser modelizados mediante ecuaciones de primer grado con una variable. En la selección de tales problemas deberán contemplarse ecuaciones con una única solución, con infinitas soluciones y sin solución, propiciando la reflexión acerca de la noción de ecuación y de las características de sus soluciones.

En lo que respecta a la resolución de las ecuaciones de este tipo se desarrollará un trabajo centrado en la equivalencia entre ecuaciones, mediante las propiedades de las operaciones que dejan invariantes el conjunto solución, evitando apelar reglas utilizadas durante mucho tiempo (por ejemplo, "lo que está sumando pasa restando", …), sin ninguna justificación matemática.

[1] Cuando hablamos de ecuaciones sin solución nos referimos a ecuaciones cuyo conjunto solución es el conjunto vacío.

Las inecuaciones lineales con una variable también serán presentadas como instrumento de modelización de problemas diversos, y se apelará a la resolución basada en las propiedades que dejan invariante el conjunto solución, articulando en todos los casos dicha solución con la solución gráfica.

Ana Lía Crippa
Graciela Chemello

Matemática. Áreas Curriculares
Dirección Nacional de Gestión Educativa